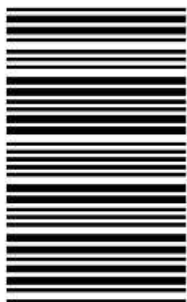


کد کنترل

330

F



330F

صبح پنجشنبه

۱۳۹۹/۵/۲



جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»
امام خمینی (ره)

آزمون ورودی دوره‌های کارشناسی ارشد ناپیوسته داخل - سال ۱۳۹۹

مجموعه آمار - کد (۱۲۰۷)

مدت پاسخ‌گویی: ۲۵۵ دقیقه

تعداد سؤال: ۱۱۰

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	زبان عمومی و تخصصی (انگلیسی)	۳۰	۱	۳۰
۲	دروس پایه (ریاضی عمومی (۲و۱)، مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی، مبانی آنالیز ریاضی و مبانی احتمال)	۲۵	۳۱	۵۵
۳	دروس تخصصی ۱ (احتمال (۲و۱)، آمار ریاضی (۲و۱))	۳۲	۵۶	۸۷
۴	دروس تخصصی ۲ (نمونه‌گیری (۲و۱) و رگرسیون (۱))	۲۳	۸۸	۱۱۰

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخاین برای مفرات رفتار می‌شود.

۱۳۹۹

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول ذیل، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب با شماره داوطلبی با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود را با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سؤالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچه سؤالات و پائین پاسخنامه‌ام را تأیید می‌نمایم.

امضا:

زبان عمومی و تخصصی (انگلیسی):

PART A: Vocabulary

Directions: Choose the word or the phrase (1), (2), (3), or (4) that best completes the blank. Then mark the correct choice on your answer sheet.

- 1- I omitted all the extraneous details while explaining the ----- of the matter to him.
1) breach 2) distinction 3) qualm 4) gist
- 2- While his brother writes in an unclear and clumsy way, Sam himself is known for his ----- style of writing.
1) lucid 2) verbose 3) dull 4) feasible
- 3- Poultry farms place the eggs into incubators to ----- the growth of the embryo into chicken.
1) conquer 2) hasten 3) outline 4) elude
- 4- With as many as three witnesses giving evidence against her, the ----- of her claim that she was innocent was in serious doubt.
1) demonstration 2) paradigm 3) veracity 4) empiricism
- 5- I did not like her way of teaching because her lecture had too many digressions; she kept on wandering to various subjects, most of them not ----- to the central idea of her topic.
1) vulnerable 2) peripheral 3) pertinent 4) loyal
- 6- With the advent of electric bulbs and emergency lights, the use of gas lamps became -----.
1) imprecise 2) repetitive 3) idealistic 4) obsolete
- 7- The employee did not believe the implausible story that Janet ----- to justify her absence from work.
1) concocted 2) scrutinized 3) manipulated 4) reassured
- 8- The doctor has advised him to ----- adhere to the prescribed regimen; otherwise, there is a danger of relapse of the illness.
1) sequentially 2) strictly 3) ineptly 4) selectively
- 9- The ----- in her speech can put off almost anyone; she urgently needs to tone down the harsh words she uses.
1) explicitness 2) enigma 3) shortsightedness 4) acerbity
- 10- He is so wasteful; he has ----- all the money that he had borrowed from me, and is now back again asking for more.
1) allocated 2) neglected 3) depleted 4) accumulated

PART B: Cloze Passage

Directions: Read the following passage and decide which choice (1), (2), (3), or (4) best fits each space. Then mark the correct choice on your answer sheet.

Good learners work hard. A few things may come easily to learners, but most knowledge requires effort (11) ----- to put in the time. They talk with others, read more, study more and carry around when they don't understand, (12) ----- about it before they go to sleep, at the gym, on the bus. Good learners are persistent. When they fail, they carry on, (13) ----- that they will figure it out eventually. (14) -----, they learn from their mistakes. Good learners recognize (15) ----- always fun. But that does not change how much they love it.

- 11- 1) which is good learners willing 2) and good learners are willing
3) that good learners willing are 4) willing are good learners
- 12- 1) thinking 2) to think 3) they think 4) by thinking
- 13- 1) are confident 2) who are confident 3) they are confident 4) confident
- 14- 1) Although 2) In the meantime 3) A case in point 4) Whereas
- 15- 1) learning not be 2) that learning is not
3) to learn not to be 4) learning it is not

PART C: Reading Comprehension

Directions: Read the following three passages and answer the questions by choosing the best choice (1), (2), (3), or (4). Then mark the correct choice on your answer sheet.

PASSAGE 1:**HISTORICAL PERSPECTIVE**

The late Sir Ronald A. Fisher was the innovator in the use of statistical methods in experimental design. For several years he was responsible for statistics and data analysis at the Rothamsted Agricultural Experiment Station in London, England. Fisher developed and first used the analysis of variance as the primary method of statistical analysis in experimental design. In 1933, Fisher took a professorship at the University of London. He later was on the faculty of Cambridge University and held visiting professorships at several universities throughout the world. For an excellent biography of Fisher, see J. F. Box (1978). While Fisher was clearly the pioneer, there have been many other significant contributors to the literature of experimental design, including F. Yates, R. C. Bose, O. Kempthorne, W. G. Cochran, R. H. Myers, J. S. Hunter, W. G. Hunter, and G. E. P. Box.

Many of the early applications of experimental design methods were in the agricultural and biological sciences, and as a result, much of the terminology of the field is derived from this heritage. However, the first industrial applications of experimental design began to appear in the 1930s, initially in the British textile and woolen industry. After World War II, experimental design methods were introduced to the chemical and process industries in the United States and Western Europe. These

- 21- According to the passage, what is the primary focus of the author?
 1) Analysis of variance
 2) Factor analysis
 3) Regression Analysis
 4) Sampling techniques
- 22- According to the passage, what does an appropriate technique depend on?
 1) Relation among variables
 2) Type of variables alone
 3) Purpose of research alone
 4) Purpose of research and types of variables under investigation
- 23- According to the passage, response is the -----.
 1) dependent variable
 2) predictor variable
 3) independent variable
 4) discrete variable
- 24- According to the passage, if the assignment of observational units to treatment conditions is not various, then the type of study is called -----.
 1) experimental
 2) quasi-experimental
 3) predictive
 4) observational
- 25- According to the passage, -----.
 1) experimental studies are often less expensive than quasi-experimental studies
 2) quasi-experimental studies are often more feasible than experimental studies
 3) quasi-experimental studies are often more expensive than experimental studies
 4) experimental studies are often more feasible than quasi-experimental studies

PASSAGE 3:

The preparation of several short courses on distribution-free statistical methods for students at third and fourth year level in Australian universities led to the writing of this book. My criteria for the courses were, firstly, that the subject should have a clearly recognizable underlying common thread rather than appear to be a collection of isolated techniques. Secondly, some discussion of efficiency seemed essential, at a level where the students could appreciate the reasons for the types of calculations that are performed, and be able actually to do some of them. Thirdly, it seemed desirable to emphasize point and interval estimation rather more strongly than is the case in many of the fairly elementary books in this field.

Randomization, or permutation, is the fundamental idea that connects almost all of the methods discussed in this book. Application of randomization techniques to original observations, or simple transformations of the observations, leads generally to conditionally distribution-free inference. Certain transformations, notably 'sign' and 'rank' transformations may lead to unconditionally distribution-free inference. An attendant advantage is that useful tabulations of null distributions of test statistics can be produced.

In my experience students find the notion of asymptotic relative efficiency of testing difficult. Therefore it seemed worthwhile to give a rather informal introduction to the relevant ideas and to concentrate on the Pitman 'efficacy' as a measure of efficiency.

- 26- The passage has been taken from the preface of a book on -----.
 1) estimation
 2) mathematical statistics
 3) non-parametric statistics
 4) efficiency of statistical methods

- 27- **What led to the writing of the book?**
 1) Preparation of short courses on non-parametric statistics
 2) Preparation of short courses on estimations
 3) Preparation of short courses on efficiency of statistical methods
 4) Preparation of short courses on statistical methods
- 28- **What seemed essential for the preparation of the courses?**
 1) Some discussion of efficiency
 2) Some discussion of calculations
 3) Some discussion of permutations
 4) Some discussion of interval estimation
- 29- **The author thinks that the students find the idea of asymptotic relative efficiency -----.**
 1) important
 2) easy
 3) hard
 4) relevant
- 30- **What is the fundamental idea that connects almost all the methods discussed in the book?**
 1) Asymptotic efficiency
 2) Sign transformation
 3) Rank transformation
 4) Randomization or permutation

دروس پایه (ریاضی عمومی (۲ و ۱)، مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی، مبانی آنالیز ریاضی و مبانی احتمال):

۳۱- اگر $a \in \mathbb{R}$ و $z = \left(\sin \frac{5\pi}{8} + i \cos \frac{5\pi}{8}\right)^4$ ریشه معادله $z^3 + (a-2)z^2 + a^2z - 2a^2 - 1 = 0$ باشد آنگاه کدام

گزینه جواب دیگری از این معادله است؟

(۱) -۱

(۲) ۱

(۳) ۳

(۴) $-1+i$

۳۲- مقدار $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x}\right) \cot^2 x$ کدام است؟

(۱) ۱

(۲) $\frac{1}{e^2}$

(۳) $\frac{1}{e^6}$

(۴) $\frac{1}{e^3}$

۳۳- تابع $f: \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow \mathbb{R}$ با ضابطه $f(x) = \int_0^x \max\{\sin t, \cos t\} dt$ وارون‌پذیر است. مقدار $(f^{-1})'\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

کدام است؟

(۱) ۱

(۲) $\sqrt{2}$

(۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۴) موجود نیست.

۳۴- فرض کنید $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ دنباله‌ای از اعداد حقیقی باشد که $a_0 = 1$ و برای یک عدد حقیقی p جملات دنباله همگی

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n \quad \text{در معادله } (n^2 + 2)a_{n+1} - (n^2 + 1)pa_n = 0 \quad \text{صدق کنند. مجموعه همه مقادیر } p \text{ که برای آن‌ها سری}$$

همگرای مطلق است، کدام است؟

(۱) $(-1, 1)$

(۲) $(\frac{-1}{2}, \frac{1}{2})$

(۳) $(-2, 2)$

(۴) $(\frac{-1}{4}, \frac{1}{4})$

۳۵- سری مکلورن تابع $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x}}$ کدام است؟

(۱) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (2n-1)!}{2^{2n-1} (n-1)!} x^n$

(۲) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (2n-1)!}{2^{2n} (n-1)!} x^n$

(۳) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (2n)!}{2^{2n+1} n!} x^n$

(۴) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (2n)!}{2^{2n} (n!)^2} x^n$

۳۶- مقدار $\int_1^{\infty} \frac{dx}{e^x + 1}$ کدام است؟

(۱) $\ln(1 + \frac{1}{e})$

(۲) $\ln(1 + e)$

(۳) $\text{Arctan}(\sqrt{e})$

(۴) $\text{Arctan}(e^{\sqrt{e}})$

۳۷- حجم حاصل از دوران ناحیه بی کران واقع در ربع اول بین محور x ها و منحنی $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$ حول محور y ها

کدام است؟

(۱) ∞

(۲) $\frac{\pi^2}{2}$

(۳) $\frac{\pi}{2}$

(۴) $\frac{\pi^2}{4}$

۳۸- کدام گزینه درباره اکستریم‌های نسبی تابع $f(x, y) = \frac{1}{x} - \frac{64}{y} + xy$ درست است؟

(۱) مینیمم نسبی دارد ولی ماکزیمم نسبی ندارد.

(۲) ماکزیمم نسبی و مینیمم نسبی دارد.

(۳) ماکزیمم نسبی دارد ولی مینیمم نسبی ندارد.

(۴) اکستریم نسبی ندارد.

۳۹- مقدار $I = \int_0^1 \int_{\sqrt{x}}^1 \sin(\pi y^3) dy dx$ کدام است؟

(۱) $\frac{2\pi}{3}$

(۲) $\frac{3\pi}{2}$

(۳) $\frac{3}{2\pi}$

(۴) $\frac{2}{3\pi}$

۴۰- کار انجام شده توسط میدان نیروی $\vec{F}(x, y, z) = 2xy\vec{i} + (x^2 + z)\vec{j} + y\vec{k}$ در جابه‌جایی یک ذره از نقطه

$(1, 0, 2)$ به نقطه $(3, 4, 1)$ روی خم $C: \vec{r}(t) = (2 - \cos^5 t, 4 \sin^4 \frac{t}{4}, 1 + \cos^6 \frac{t}{4})$ کدام است؟

(۱) $\frac{109}{6}$

(۲) ۴۰

(۳) $\frac{25}{3}$

(۴) ۵۲

۴۱- بردارهای زیر را از فضای \mathbb{R}^3 در نظر بگیرید. مقدار k چه باشد تا w ترکیب خطی دو بردار u و v باشد؟

$$u = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}, v = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}, w = \begin{pmatrix} k \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix}$$

(۱) -۲

(۲) ۳

(۳) ۵

(۴) -۴

۴۲- فرض کنید $A \in M_7(\mathbb{R})$ و $T: M_7(\mathbb{R}) \rightarrow M_7(\mathbb{R})$ یک تبدیل خطی با ضابطه $T(X) = AX$ باشد. در این صورت $\det(T)$ کدام است؟

(۱) $\det(A)$ (۲) $\det(A)^7$ (۳) $7\det(A)$ (۴) $\det(A)$

۴۳- فرض کنید $A \in M_6(\mathbb{R})$ و $A^3 - 2A^2 - 15A = 0$. اگر $\text{tr}(A) = 4$ ، آنگاه $\text{rank}(A)$ کدام است؟

(۱) ۲

(۲) ۳

(۳) ۴

(۴) ۵

۴۴- دترمینان ماتریس زیر کدام یک از اعداد زیر است؟

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 6 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 6 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 6 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 6 \end{bmatrix} \in M_5(\mathbb{R})$$

(۱) $4^5 \times 14$ (۲) $4^3 \times 14$ (۳) $4^2 \times 14$ (۴) 4×14

۴۵- تعداد ماتریس‌های 2×2 متقارن و معکوس‌پذیر روی میدان ۳ عضوی برابر است با:

(۱) ۱۶

(۲) ۱۸

(۳) ۲۰

(۴) ۲۲

$$۴۶ - \text{انتگرال بالایی تابع } f(x) = \begin{cases} \sin x & x \in Q \cap \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \\ \cos x & x \in Q^c \cap \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \end{cases} \text{ کدام است؟}$$

$$(۱) \sqrt{2}$$

$$(۲) ۱$$

$$(۳) 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$(۴) \frac{\sqrt{2}}{2}$$

۴۷ - کدام گزینه درست است؟

(۱) اگر $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ پیوسته و صعودی باشد آنگاه f مشتق پذیر است.

(۲) تابعی مشتق پذیر $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ موجود نیست که $f'(x) = [x] + \cos x$ است.

(۳) اگر $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ مشتق پذیر باشد آنگاه برای هر $x_0 \in \mathbb{R}$ ، $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f'(x)$ و $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f'(x)$ موجودند.

(۴) اگر $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ تابعی باشد که برای هر $x \in \mathbb{R}$ ، $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(f\left(x + \frac{1}{n}\right) - f(x) \right)$ موجود باشد آنگاه f مشتق پذیر است.

۴۸ - فرض کنید تابع $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ پیوسته و کراندار باشد. کدام گزینه درست است؟

(۱) f نمی تواند اکیداً صعودی باشد.

(۲) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ وجود دارد.

(۳) f یکنواخت پیوسته است.

(۴) معادله $f(x) = x$ حداقل یک جواب دارد.

۴۹ - فرض کنید $0 < c < 1$ و $\{x_n\}$ دنباله‌ای از اعداد حقیقی مثبت باشد به طوری که برای هر $n \in \mathbb{N}$ ،

$$x_{n+2} + x_{n+1} \leq c(x_{n+1} + x_n)$$

(۱) دنباله $\{x_n\}$ همگراست ولی $\{(-1)^n x_n\}$ لزوماً همگرا نیست.

(۲) دنباله $\{(-1)^n x_n\}$ همگراست ولی $\{x_n\}$ لزوماً همگرا نیست.

(۳) هر دو دنباله $\{x_n\}$ و $\{(-1)^n x_n\}$ همگرا هستند.

(۴) هر دو دنباله $\{x_n\}$ و $\{(-1)^n x_n\}$ واگرا هستند.

۵۰ - اگر $a_n = (1 - \sin \frac{1}{n}) \cos n\pi$ ، مقدار $\limsup a_n + \liminf a_n$ کدام است؟

$$(۱) -۱$$

$$(۲) ۰$$

$$(۳) ۱$$

$$(۴) ۲$$

۵۱- در یک سیاست اصلاح وضعیت درآمد خانوارهای یک شهر که دارای حداقل درآمد ۵ واحد در ماه هستند، ۵ واحد از درآمد هر یک از خانوارها کسر می‌شود. ضریب تغییرات درآمد چه تغییری می‌کند؟

(۱) افزایش می‌یابد.

(۲) کاهش می‌یابد.

(۳) تغییر نمی‌کند.

(۴) نمی‌توان اظهار نظر کرد.

۵۲- علی و احمد به همراه ۵ نفر دیگر به تصادف در یک صف می‌ایستند. احتمال این که دقیقاً سه نفر بین آن‌ها باشد، کدام است؟

$$(۱) \frac{1}{42}$$

$$(۲) \frac{2}{42}$$

$$(۳) \frac{6}{42}$$

$$(۴) \frac{7}{42}$$

۵۳- فرض کنید $P(A) = \frac{3}{4}$ و $P(B) = \frac{3}{4}$ باشد. کدام مورد در خصوص $P(B|A)$ درست است؟

$$(۱) P(B \cap A) < \frac{1}{2}$$

$$(۲) P(B \cap A) > \frac{7}{12}$$

$$(۳) P(B|A) < \frac{2}{3}$$

$$(۴) P(B|A) \geq \frac{2}{3}$$

۵۴- در یک کیسه ۵ گوی آبی و ۵ گوی قرمز وجود دارد. یک تاس سالم به تصادف پرتاب می‌شود و به تعداد شماره مشاهده شده روی تاس از کیسه گوی (با جایگذاری) انتخاب می‌کنیم. احتمال این که همه گوی‌های انتخابی آبی باشند، کدام است؟

$$(۱) \frac{2 - 2^{-7}}{5}$$

$$(۲) \frac{2 - 2^{-6}}{5}$$

$$(۳) \frac{2 - 2^{-7}}{6}$$

$$(۴) \frac{2 - 2^{-6}}{6}$$

۵۵- در جعبه‌ای ۴ توپ سفید و ۴ توپ سیاه وجود دارد. از این جعبه به تصادف تعدادی تصادفی توپ بدون جایگذاری برمی‌داریم. احتمال این که تعداد توپ‌های سفید و سیاه انتخاب شده برابر باشند، کدام است؟

$$\frac{187}{280} \quad (1)$$

$$\frac{93}{280} \quad (2)$$

$$\frac{58}{127} \quad (3)$$

$$\frac{69}{127} \quad (4)$$

دروس تخصصی ۱ (احتمال (۲) و ۱)، آمار ریاضی (۲) و ۱):

۵۶- فرض کنید متغیر تصادفی X دارای تابع چگالی احتمال زیر باشد. اگر $P(X \leq 1) = P(X > 1)$ باشد، مقدار $\text{Var}(X)$ کدام است؟

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}, \quad x > 0$$

$$\ln 2 \quad (1)$$

$$(\ln 2)^2 \quad (2)$$

$$\frac{1}{\ln 2} \quad (3)$$

$$\frac{1}{(\ln 2)^2} \quad (4)$$

۵۷- فرض کنید X یک متغیر تصادفی گسسته با مقادیر ممکن صحیح نامنفی و تابع مولد احتمال زیر باشد. مقدار

$$g(t) = \ln\left(\frac{1}{1-qt}\right), \quad |t| \leq 1$$

$$P\left[\frac{X}{1+X} \leq \frac{2}{3}\right] \text{ کدام است؟}$$

$$\frac{q^2}{2} \quad (1)$$

$$\frac{q+q^2}{2} \quad (2)$$

$$q + \frac{q^2}{2} \quad (3)$$

$$q^2 + \frac{q}{2} \quad (4)$$

۵۸- فرض کنید X دارای توزیع یکنواخت روی بازه $[-1, 1]$ باشد، توزیع $Y = X^2$ کدام است؟

$$\text{Beta}\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \quad (1)$$

$$\text{Beta}\left(\frac{1}{2}, 1\right) \quad (2)$$

$$\text{Beta}\left(1, \frac{1}{2}\right) \quad (3)$$

$$\text{Beta}(1, 1) \quad (4)$$

۵۹- فرض کنید X یک متغیر تصادفی گسسته با تابع احتمال زیر باشد. مقدار $P(n \leq X < n+m)$ ، $n, m = 1, 2, \dots$ کدام است؟

$$f(x) = \frac{1}{x(x+1)}, \quad x = 1, 2, 3, \dots$$

$$\frac{m}{n(n+m)} \quad (2)$$

$$\frac{n}{m(n+m)} \quad (1)$$

$$\frac{m+1}{n(n+m)} \quad (4)$$

$$\frac{n+1}{m(n+m)} \quad (3)$$

۶۰- فرض کنید X یک متغیر تصادفی با تابع توزیع زیر باشد. مقدار $E(X^2)$ کدام است؟ $[x] =$ جزء صحیح x می باشد.

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 1 \\ \frac{[3x]}{6} & 1 \leq x < 2 \\ 1 & 2 \leq x \end{cases}$$

$$\frac{52}{27} \quad (1)$$

$$\frac{50}{27} \quad (2)$$

$$\frac{52}{29} \quad (3)$$

$$\frac{50}{29} \quad (4)$$

۶۱- فرض کنید $X \sim U(a, b)$ باشد. اگر $E(X) = 0$ ، $P(|X| < 1) = P(|X| > 2)$ باشند، مقدار (a, b) کدام است؟

$$(-3, 3) \quad (1)$$

$$(-5, 4) \quad (2)$$

$$(-4, 4) \quad (3)$$

$$(-4, 5) \quad (4)$$

۶۲- فرض کنید یک قطعه چوب به طول ۸ متر به تصادف به دو قسمت تقسیم شود. احتمال اینکه طول قطعه کوچک‌تر حداکثر یک متر باشد، کدام است؟

$$\frac{1}{8} \quad (۱)$$

$$\frac{2}{8} \quad (۲)$$

$$\frac{3}{8} \quad (۳)$$

$$\frac{5}{8} \quad (۴)$$

۶۳- یک سکه به‌طور مستقل آنقدر پرتاب می‌شود تا برای اولین بار شیر ظاهر شود. فرض کنید $0 < p < 1$ احتمال ظاهر شدن شیر در هر پرتاب باشد، با چه احتمالی تعداد پرتاب‌های لازم برای رسیدن به اولین شیر عددی فرد خواهد بود؟

$$\frac{1-p}{2-p} \quad (۱)$$

$$\frac{p}{2-p} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{2-p} \quad (۳)$$

$$\frac{p}{1-p} \quad (۴)$$

۶۴- تعداد چهار نقطه به تصادف و به‌طور مستقل از بازه $(1, 5)$ انتخاب می‌شود. اگر X_1 نمایانگر تعداد نقاط از بازه $(1, 2)$ و X_2 نمایانگر تعداد نقاط از بازه $(4, 5)$ باشند، مقدار $P(X_1 = X_2 = 1)$ کدام است؟

$$\frac{1}{16} \quad (۱)$$

$$\frac{2}{16} \quad (۲)$$

$$\frac{3}{16} \quad (۳)$$

$$\frac{6}{16} \quad (۴)$$

۶۵- فرض کنید X, Y, Z یک نمونه تصادفی از یک توزیع پیوسته با تابع توزیع $F(x)$ باشد. مقدار $P(X \leq \min(Y, Z)) + P(Y \leq \min(X, Z)) + P(Z \leq \min(X, Y))$ کدام است؟

$$0 \quad (۱)$$

$$\frac{1}{3} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۳)$$

$$1 \quad (۴)$$

۶۶- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از یک توزیع پیوسته با تابع توزیع F باشد. احتمال اینکه کوچک‌ترین آماره ترتیبی $(X_{(1)})$ بزرگ‌تر از میانه توزیع (m) باشد، کدام است؟

$$\frac{1}{2^n} \quad (۱)$$

$$1 - \frac{1}{2^n} \quad (۲)$$

$$F^n\left(\frac{1}{2}\right) \quad (۳)$$

$$1 - F^n\left(\frac{1}{2}\right) \quad (۴)$$

۶۷- فرض کنید X_1, X_2, \dots یک دنباله از متغیرهای تصادفی مستقل و هم توزیع از $U(0,1)$ باشد. مقدار $\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\sqrt{n}|\bar{X} - 0.5| > \frac{1}{\sqrt{12}}\right)$ کدام است؟ (Φ تابع نرمال استاندارد است.)

$$1 - \Phi(-1) \quad (۱)$$

$$1 - \Phi(1) \quad (۲)$$

$$1 - 2\Phi(-1) \quad (۳)$$

$$2(1 - \Phi(1)) \quad (۴)$$

۶۸- فرض کنید A و B دو پیشامد ناسازگار با $P(A) = P(B) = \frac{1}{4}$ باشند. اگر I_A نمایانگر تابع نشانگر A باشد، مقدار ضریب همبستگی I_A و I_B کدام است؟

$$-1 \quad (۱)$$

$$-\frac{1}{2} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۳)$$

$$1 \quad (۴)$$

۶۹- فرض کنید $X \sim P(\lambda)$ و $Y|X = n \sim \text{Bin}(n, p)$ باشند. مقدار $\text{Var}(Y)$ کدام است؟

$$p\lambda \quad (۱)$$

$$p\lambda^2 \quad (۲)$$

$$p^2\lambda \quad (۳)$$

$$p^2\lambda^2 \quad (۴)$$

۷۰- فرض کنید $X \sim \text{Bin}\left(2, \frac{1}{4}\right)$ و $Y \sim \text{Bin}\left(3, \frac{1}{4}\right)$ دو متغیر تصادفی مستقل باشند. مقدار $P\left(a^{X-Y} \geq \frac{1}{a^2}\right)$ ، $a > 0$ ، کدام است؟

(۱) $\left(\frac{3}{4}\right)^\delta$

(۲) $\left(\frac{1}{4}\right)^\delta$

(۳) $1 - \left(\frac{3}{4}\right)^\delta$

(۴) $1 - \left(\frac{1}{4}\right)^\delta$

۷۱- فرض کنید X و Y دو متغیر تصادفی با میانگین‌های به ترتیب μ و η و واریانس مشترک σ^2 و ضریب همبستگی ρ باشند. یک کران بالا برای مقدار $P(|(X - \mu) + (Y - \eta)| \geq k\sigma)$ کدام است؟

(۱) $\frac{\rho}{k^2}$

(۲) $\frac{2\rho}{k^2}$

(۳) $\frac{1+\rho}{k^2}$

(۴) $\frac{2(1+\rho)}{k^2}$

۷۲- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع $N(\mu, \sigma^2)$ است. برآوردگر نارایب σ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{\sqrt{n-1}} \sum_{1 \leq i < j \leq n} |X_i - X_j|$

(۲) $\sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}$

(۳) $\frac{\sqrt{\pi}}{2 \binom{n}{2}} \sum_{1 \leq i < j \leq n} |X_i - X_j|$

(۴) $\frac{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}$

۷۳- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع گاما با پارامترهای (α, β) باشد که در آن α معلوم و β

پارامتر نامعلوم است. قرار دهید $R = \frac{S}{\bar{X}}$ که در آن $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ و $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ است. مقدار

$E(R^2)$ کدام است؟ (راهنمایی: $E(X_i) = \frac{\alpha}{\beta}$ و $\text{Var}(X_i) = \frac{\alpha}{\beta^2}$ است.)

(۱) $\frac{1}{n}$

(۲) $\frac{1}{1+n\alpha}$

(۳) $\frac{n}{1+n\alpha}$

(۴) $\frac{1+n\alpha}{n}$

۷۴- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع $N(0, \theta)$ باشد، قرار دهید $\bar{X}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2$. مقدار

$E(\bar{X}^2 | \bar{X}^2)$ کدام است؟

(۱) \bar{X}^2

(۲) \bar{X}^2

(۳) $\frac{1}{n} \bar{X}^2$

(۴) $\frac{1}{n} \bar{X}^2$

۷۵- فرض کنید خانواده توزیع‌های X کامل باشد و داشته باشیم $E(X) = E(X^2)$ ؛ مقدار $P(X=0) + P(X=1)$

کدام است؟

(۱) ۰

(۲) $\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{3}{4}$

(۴) ۱

۷۶- فرض کنید X دارای توزیع پواسن با پارامتر λ (میانگین λ) باشد، قرار دهید $\theta = e^{-\lambda}$. میزان اطلاع فیشر X درباره θ کدام است؟

$$\frac{1}{\lambda} e^{2\lambda} \quad (۱)$$

$$\frac{1}{\lambda} e^{-2\lambda} \quad (۲)$$

$$\lambda e^{2\lambda} \quad (۳)$$

$$\lambda e^{-2\lambda} \quad (۴)$$

۷۷- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع (لگ نرمال) $LN(\mu, 1)$ باشد. برآورد گشتاوری μ کدام است؟

$$e^{\bar{X}} \quad (۱)$$

$$\ln \bar{X} \quad (۲)$$

$$\ln \bar{X} - \frac{1}{2} \quad (۳)$$

$$\ln \bar{X} + \frac{1}{2} \quad (۴)$$

۷۸- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیعی با تابع چگالی احتمال زیر باشد. برآوردگر ماکزیمم درست‌نمایی میانه توزیع کدام است؟ $(X_{(1)} = \min(X_1, \dots, X_n))$

$$f_{\theta}(x) = \frac{\theta}{x^2}, x \geq \theta, \theta > 0$$

$$2 X_{(1)} \quad (۱)$$

$$4 X_{(1)} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{4} X_{(1)} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{2} X_{(1)} \quad (۴)$$

۷۹- فرض کنید X_1, \dots, X_5 یک نمونه تصادفی از توزیعی با تابع احتمال زیر باشد. اگر $\hat{\theta}$ برآوردگر ماکزیمم درست‌نمایی θ

$$f_{\theta}(x) = \begin{cases} 1 - \frac{\theta}{2} & x = 0 \\ \frac{\theta}{10} & x = 1, 2, 3, 4, 5 \end{cases}$$

باشد، مقدار $P(\hat{\theta} \leq 1/6)$ کدام است؟

$$\frac{\theta}{10} \quad (۱)$$

$$\left(\frac{\theta}{4}\right)^5 \quad (۲)$$

$$1 - \frac{\theta}{2} \quad (۳)$$

$$1 - \left(\frac{\theta}{2}\right)^5 \quad (۴)$$

۸۰- اگر X دارای توزیعی با تابع چگالی احتمال زیر باشد و $\left(-\frac{1}{\ln X}, -\frac{2}{\ln X}\right)$ یک بازه اطمینان برای θ باشد، مقدار ضریب اطمینان کدام است؟

$$f_{\theta}(x) = \theta x^{\theta-1}, \quad 0 < x < 1, \theta > 0$$

$$\frac{e-1}{e^2} \quad (1)$$

$$\frac{e-1}{e} \quad (2)$$

$$\frac{1}{e^2} \quad (3)$$

$$\frac{1}{e} \quad (4)$$

۸۱- فرض کنید X_1, X_2, X_3 یک نمونه تصادفی از توزیع $U(0, \theta)$ است، قرار دهید $Y = \min\{X_1, X_2, X_3\}$. اگر (Y, bY) یک بازه اطمینان با ضریب اطمینان $\frac{1}{27}$ برای θ باشد، مقدار b کدام است؟

$$3 \quad (1)$$

$$\frac{3}{2} \quad (2)$$

$$\frac{9}{8} \quad (3)$$

$$\frac{27}{8} \quad (4)$$

۸۲- براساس تک مشاهده x ، پرتوان ترین آزمون برای انجام آزمون زیر در اندازه $\alpha = \frac{1}{3}$ کدام است؟

$$H_0: X \sim f_0(x) = \frac{2}{3}(x-1), \quad 2 < x < 3$$

$$H_1: X \sim f_1(x) = \frac{3}{19}x^2, \quad 2 < x < 3$$

$$x < 1 + \sqrt{3} \quad (1)$$

$$x > 1 + \sqrt{3} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} + \sqrt{3} < x < 1 + \sqrt{3} \quad (3)$$

$$x < \frac{1}{2} + \sqrt{3} \text{ یا } x > 1 + \sqrt{3} \quad (4)$$

۸۳- فرض کنید X دارای تابع جرم احتمال $f_{\theta}(x) = \theta(1-\theta)^x$ $x = 0, 1, 2, \dots$ باشد. اگر برای آزمون $H_0: \theta = \frac{1}{6}$

در مقابل $H_1: \theta = \frac{1}{5}$ ، بتوانیم آزمون با اندازه $\alpha = \frac{1}{3}$ به صورت $\varphi(x) = \begin{cases} 1 & x < c \\ \gamma & x = c \\ 0 & x > c \end{cases}$ باشد، مقدار (c, γ)

کدام است؟

(۱) $(2, \frac{2}{5})$

(۲) $(2, \frac{6}{25})$

(۳) $(1, \frac{5}{6})$

(۴) $(1, \frac{8}{25})$

۸۴- فرض کنید X_1, X_2, X_3 یک نمونه تصادفی از توزیع یواسون با میانگین λ باشد. اگر ناحیه رد برای آزمون

$H_0: \lambda = \frac{1}{3}$ در مقابل $H_1: \lambda < \frac{1}{3}$ به صورت $\left\{ (x_1, x_2, x_3) : \sum_{i=1}^3 x_i \leq c \right\}$ باشد، براساس مشاهده

$x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0$ ، پی مقدار (p-value) این آزمون کدام است؟

(۱) e^{-1}

(۲) $2e^{-1}$

(۳) $\frac{1}{e^2}$

(۴) $\frac{4}{3}e^{-2}$

۸۵- فرض کنید $X_i \sim N(i\mu, i^2)$ ، $i = 1, 2, \dots, n$ و X_i ها از هم مستقل باشند. برای آزمون $H_0: \mu \leq 0$ در مقابل

$H_1: \mu > 0$ ، ناحیه بحرانی بتوانیم آزمون به طور یکنواخت (UMPT) در اندازه α کدام است؟

$(P(Z > z_{\alpha}) = \alpha)$

(۱) $\sum_{i=1}^n \frac{X_i}{i} > z_{1-\alpha} \sqrt{n}$

(۲) $\sum_{i=1}^n \frac{X_i}{i} > \frac{z_{1-\alpha}}{\sqrt{n}}$

(۳) $\sum_{i=1}^n \frac{X_i}{i} > z_{\alpha} \sqrt{n}$

(۴) $\sum_{i=1}^n \frac{X_i}{i} > \frac{z_{\alpha}}{\sqrt{n}}$

۸۶- فرض کنید x یک تک مشاهده از توزیعی با تابع چگالی احتمال زیر باشد. اگر ناحیه رد آزمون فرض $H_0: \theta = 0$

در مقابل $H_1: \theta \neq 0$ به صورت $\{x < c\}$ باشد، تابع توان این آزمون با اندازه $\alpha = \frac{1}{4}$ کدام است؟

$$f_{\theta}(x) = 1 - \theta^2 \left(x - \frac{1}{4}\right), 0 < x < 1, -1 < \theta < 1$$

$$\frac{1}{2} - \frac{\theta^2}{4} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} - \frac{\theta^2}{8} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} + \frac{\theta^2}{4} \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} + \frac{\theta^2}{8} \quad (4)$$

۸۷- فرض کنید X دارای تابع احتمال f_{θ} ، $\theta \in \{\theta_1, \theta_2, \theta_3\}$ ، زیر باشد. بر پایه تک مشاهده x ، کدام مورد می تواند ناحیه بحرانی آزمون نسبت درستنمایی برای $H_0: \theta = \theta_1$ در مقابل $H_1: \theta \neq \theta_1$ باشد؟

x	x_1	x_2	x_3	x_4
$f_{\theta_1}(x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$
$f_{\theta_2}(x)$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{4}{10}$
$f_{\theta_3}(x)$	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$

$$\{x_2\} \quad (1)$$

$$\{x_1, x_2\} \quad (2)$$

$$\{x_2, x_4\} \quad (3)$$

$$\{x_1, x_2, x_4\} \quad (4)$$

دروس تخصصی ۲ (نمونه گیری (۲) و رگرسیون (۱)):

۸۸- اگر بخواهیم در جامعه‌ای با مشخصات زیر، با اطمینان ۰/۹۵ میانگین جامعه را طوری برآورد کنیم که کران خطای

برآورد ۰/۱ باشد و از نمونه‌گیری طبقه‌ای با تخصیص متناسب استفاده کنیم، حجم نمونه لازم از کل جامعه و طبقه

اول کدام است؟ ($z_{0.975} \approx 2$)

شماره طبقه	حجم طبقه	واریانس طبقه
۱	۲۰۰	۳
۲	۳۰۰	$\frac{4}{3}$

$$n_1 = 49, n = 123 \quad (1)$$

$$n_1 = 108, n = 323 \quad (2)$$

$$n_1 = 123, n = 308 \quad (3)$$

$$n_1 = 185, n = 308 \quad (4)$$

۸۹- در یک جامعه N عضوی که Y_i مقدار صفت مورد نظر برای i امین عضو جامعه است، اگر y_i مقدار این صفت برای

i امین عضو یک نمونه تصادفی ساده n تایی از این جامعه باشد، با فرض $\bar{Y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Y_i$ و

$$S^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (Y_i - \bar{Y})^2 \text{ مقدار } E(y_i^2) \text{ کدام است؟}$$

$$S^2 + \bar{Y}^2 \quad (1)$$

$$S^2 + n\bar{Y}^2 \quad (2)$$

$$nS^2 + \left(\frac{N}{N-1}\right)\bar{Y}^2 \quad (3)$$

$$\left(\frac{N-1}{N}\right)S^2 + \bar{Y}^2 \quad (4)$$

۹۰- در نمونه‌گیری تصادفی ساده بدون جایگذاری به حجم n از جامعه‌ای N عضوی، نفر اول یا در نمونه قرار نمی‌گیرد و یا در صورت انتخاب در نمونه حاضر به پاسخ‌دهی نیست (که حجم نمونه را $n-1$ در نظر می‌گیریم). در این صورت

برای برآورد میانگین جامعه، کدام مورد درباره میانگین نمونه حاصل صحیح است؟

(۱) اریب است. (۲) نا اریب است.

(۳) یک برآوردگر محسوب نمی‌شود. (۴) نمی‌توان در مورد اریبی اظهار نظر کرد.

۹۱- در یک نمونه تصادفی ساده با جایگذاری ۳ تایی از جامعه‌ای به حجم $N=10$ ، با کدام احتمال اولین واحد جامعه در نمونه انتخاب می‌شود؟

$$0/127 \quad (1)$$

$$0/243 \quad (2)$$

$$0/271 \quad (3)$$

$$0/3 \quad (4)$$

۹۲- تعداد دانش‌آموزان پسر و دختر کلاس اول دبستان در یک منطقه به ترتیب ۳۰۰ و ۲۰۰ نفر است. در یک نمونه تصادفی ساده ۶۰ تایی از پسران و ۵۰ تایی از دختران، مشخص شده که ۳ پسر و ۵ دختر دارای بیماری کم‌خونی هستند. تعداد دانش‌آموزان دارای بیماری کم‌خونی در این منطقه چند نفر برآورد می‌شود؟

$$28 \quad (1)$$

$$30 \quad (2)$$

$$25 \quad (3)$$

$$27 \quad (4)$$

۹۳- از جامعه‌ای بزرگ ($N \rightarrow \infty$) با ضریب تغییرات $0/5$ چه اندازه نمونه به صورت تصادفی ساده بگیریم تا حداکثر خطای نسبی در برآورد میانگین جامعه با احتمال حداقل $0/95$ برابر با $0/1$ شود؟ ($Z_{0/975} = 2$)

$$50 \quad (1)$$

$$100 \quad (2)$$

$$200 \quad (3)$$

$$400 \quad (4)$$

۹۴- در نمونه‌گیری طبقه‌ای با صرف‌نظر کردن از کسرهای نمونه دقت تخصیص متناسب با تخصیص نیمی یکسان است. هرگاه

- (۱) حجم طبقات جامعه با هم برابر باشند.
- (۲) انحراف معیار طبقات جامعه با هم برابر باشند.
- (۳) میانگین طبقات جامعه با هم برابر باشند.
- (۴) میانگین و انحراف معیار طبقات جامعه با هم برابر باشند.

۹۵- در جامعه‌ای با خوشه‌های به حجم ۳، اگر واریانس درون خوشه‌های جامعه (σ_w^2) ، ۲۰٪ واریانس کل جامعه (σ_y^2) باشد، ضریب همبستگی خوشه‌ای کدام است؟

- (۱) ۰/۲-
- (۲) ۰/۳
- (۳) ۰/۴
- (۴) ۰/۷

۹۶- در نمونه‌گیری سیستماتیک دوره‌ای با فاصله نمونه‌گیری K از جامعه‌ای N عضوی، کدام مورد در خصوص تعداد نمونه‌های ممکن و حجم این نمونه‌ها، درست است؟

- (۱) تعداد نمونه‌های ممکن برابر N و حجم نمونه‌ها با هم برابر است.
- (۲) تعداد نمونه‌های ممکن برابر N و حجم نمونه‌ها $\left[\frac{N}{K} \right]$ است.
- (۳) تعداد نمونه‌های ممکن برابر K و حجم نمونه‌ها $\left[\frac{N}{K} \right]$ است.
- (۴) تعداد نمونه‌های ممکن برابر K و حجم نمونه‌ها حداکثر یکی با هم تفاوت دارند.

۹۷- در جامعه‌ای شامل $N = 50$ خانوار، برای برآورد مقدار کل مصرف ماهانه برنج خانوارها، می‌دانیم بین دو صفت مصرف برنج و جمعیت خانوار، رابطه مستقیم وجود دارد. اگر میانگین و واریانس جمعیت خانوارها در این جامعه به ترتیب ۴ و ۲ و کوواریانس این دو صفت برابر ۳ باشد، براساس نمونه تصادفی ساده بدون جایگذاری ۵ تایی زیر برآورد رگرسیونی پارامتر موردنظر کدام است؟

جمعیت خانوار	۵	۴	۳	۲	۲
مصرف ماهانه برنج خانوار	۵	۴	۶	۳	۲

- (۱) ۲۰۰
- (۲) ۲۵۰
- (۳) ۲۶۰
- (۴) ۲۷۵

۹۸- دانشکده‌ای ۵ گروه آموزشی و ۱۲۰۰ فارغ‌التحصیل در سال قبل داشته است. دو گروه را به تصادف انتخاب کرده و از بین فارغ‌التحصیلان سال قبل آن‌ها برای بررسی وضعیت اشتغال به روش تصادفی ساده بدون جایگذاری نمونه گرفته‌ایم. نتایج در جدول زیر درج شده است. نسبت فارغ‌التحصیلان شاغل این دانشکده در سال گذشته را

گروه نمونه	تعداد فارغ‌التحصیل سال قبل	حجم نمونه	تعداد شاغلین در نمونه	چقدر بر آورد می‌کنید؟
۱	۲۰۰	۲۰	۱۲	$\frac{5}{8}$ (۱)
۲	۳۰۰	۳۰	۲۴	$\frac{3}{4}$ (۲)
				$\frac{4}{7}$ (۳)
				$\frac{2}{3}$ (۴)

۹۹- دربارهٔ طرح‌های نمونه‌گیری، کدام عبارت نا درست است؟

(۱) نمونه‌گیری طبقه‌ای، حالت خاص نمونه‌گیری خوشه‌ای یک مرحله‌ای است.

(۲) نمونه‌گیری طبقه‌ای، حالت خاص نمونه‌گیری خوشه‌ای دو مرحله‌ای است.

(۳) نمونه‌گیری سازمان‌یافته (سیستماتیک)، حالت خاص نمونه‌گیری خوشه‌ای یک مرحله‌ای است.

(۴) نمونه‌گیری خوشه‌ای یک مرحله‌ای، حالت خاص نمونه‌گیری خوشه‌ای دو مرحله‌ای است.

۱۰۰- در یک جامعه بین صفت کمکی X و اصلی Y رابطهٔ خطی $Y = 2 + 3X$ برقرار است. اگر واریانس صفت کمکی برابر ۴ باشد، در چه صورت نمونه‌گیری با احتمال متغیر و با جایگذاری از دقت کمتری نسبت به تصادفی ساده

برخوردار است؟ (راهنمایی: $\bar{X} = \frac{N}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{X_i}}$ نمایانگر میانگین توافقی است.)

$$\frac{\bar{X}}{\tilde{X}} > 10 \quad (1)$$

$$\frac{\bar{X}}{\tilde{X}} > 10 \quad (2)$$

$$\frac{\bar{X}}{\tilde{X}} \leq 10 \quad (3)$$

$$\frac{\bar{X}}{\tilde{X}} \leq 10 \quad (4)$$

۱۰۱- یک مدل رگرسیون خطی با فرض‌های متداول و تنها با دو متغیر مستقل را در نظر بگیرید، که در آن متغیر پاسخ y و متغیرهای تبیینی x_1 و x_2 همگی استاندارد شده‌اند. اگر ضریب همبستگی نمونه‌ای بین x_1 و x_2 برابر با r_{12} باشد، مقدار کوواریانس بین $\hat{\beta}_1$ و $\hat{\beta}_2$ کدام است؟

$$\begin{aligned} (1) \quad & -\frac{\sigma^2}{n} \frac{1}{\sqrt{1-r_{12}^2}} \\ (2) \quad & -\frac{\sigma^2}{n} \frac{r_{12}}{1-r_{12}^2} \\ (3) \quad & -\frac{\sigma^2}{n} \frac{r_{12}}{1-r_{12}^2} \\ (4) \quad & -\frac{\sigma^2}{n} \frac{r_{12}}{\sqrt{1-r_{12}^2}} \end{aligned}$$

۱۰۲- فرض کنید به داده‌های (x_i, y_i) ، $(i=1, \dots, n)$ مدل رگرسیون خطی ساده را برازش داده‌ایم. اگر $(\bar{x}, \bar{y}) = (1, 2/5)$ و باقیمانده مدل برازش داده شده $(e_i = y_i - \hat{y}_i)$ در نقطه $(x, y) = (2, 5/1)$ برابر 0.75 باشد، معادله بهترین خط برازش شده کدام است؟

$$(1) \quad \hat{y}_i = 1.325 + 2.175x_i$$

$$(2) \quad \hat{y}_i = 1.75 + 2.5x_i$$

$$(3) \quad \hat{y}_i = 2.65 + 0.85x_i$$

$$(4) \quad \hat{y}_i = 3 + 2.5x_i$$

۱۰۳- در مدل رگرسیون خطی چندگانه با نمایش ماتریسی $y = X\beta + \varepsilon$ ، ضریب تعیین براساس ماتریس کلاهدار $H = X(X'X)^{-1}X'$ کدام است؟

$$\begin{aligned} (1) \quad & R^2 = \frac{y'(I-H)y}{y'y - n\bar{y}^2} \\ (2) \quad & R^2 = \frac{y'Hy}{y'y - n\bar{y}^2} \\ (3) \quad & R^2 = 1 - \frac{y'Hy}{y'y - n\bar{y}^2} \\ (4) \quad & R^2 = 1 - \frac{y'(I-H)y}{y'y - n\bar{y}^2} \end{aligned}$$

۱۰۴- جمعیت کشوری مطابق مدل رگرسیونی $P = \beta_0 e^{\beta_1 x + \varepsilon}$ با خطای تصادفی (ε) نرمال رشد می‌کند که به صورت $\hat{P} = 4 \cdot e^{0.02x}$ براساس نمونه‌هایی با $x = 1, \dots, 5$ برآورد شده است. اگر میانگین توان‌های دوم خطا برابر با یک و چندک توزیع t برابر ۲ باشد، آن‌گاه بازه اطمینان ۹۵٪ برای اندازه جمعیت وقتی $x = 6$ باشد، کدام است؟

$$(1) \quad \left(4 \cdot \exp\left(0.12 - 2\sqrt{\frac{21}{10}}\right), 4 \cdot \exp\left(0.12 + 2\sqrt{\frac{21}{10}}\right) \right)$$

$$(2) \quad \left(4 \cdot \exp\left(0.06 - \sqrt{\frac{21}{10}}\right), 4 \cdot \exp\left(0.06 + \sqrt{\frac{21}{10}}\right) \right)$$

$$(3) \quad \left(4 \cdot \exp\left(0.12 - 2\sqrt{\frac{11}{10}}\right), 4 \cdot \exp\left(0.12 + 2\sqrt{\frac{11}{10}}\right) \right)$$

$$(4) \quad \left(4 \cdot \exp\left(0.06 - \sqrt{\frac{11}{10}}\right), 4 \cdot \exp\left(0.06 + \sqrt{\frac{11}{10}}\right) \right)$$

۱۰۵- با توجه به مدل رگرسیون خطی چندگانه با نمایش ماتریسی $Y = X\beta + \varepsilon$ که در آن X ماتریسی $n \times 5$ و β برداری 5×1 است، درجه آزادی $SSR(X_1 | X_2, X_3)$ کدام است؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۱۰۶- اگر ابتدا y و x_2 را جداگانه روی x_1 رگرسیون کنیم و آنگاه باقیمانده‌های اول را با $z = y - \hat{y}(x_1)$ و باقیمانده‌های رگرسیون دوم را با $x_{2.1} = x_2 - \hat{x}_2(x_1)$ نمایش دهیم، در مدل رگرسیون $z_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2.1i} + \varepsilon_i$ کدام مورد صحیح است؟

(۱) $H_0: \beta_1 = 0$ رد می‌شود.(۲) $H_0: \beta_1 = 0$ رد نمی‌شود.(۳) $H_0: \beta_2 = 0$ رد می‌شود.(۴) $H_0: \beta_2 = 0$ رد نمی‌شود.

۱۰۷- اگر s_1^2 و s_2^2 به ترتیب میانگین توان‌های دوم خطای دو مدل خطی $y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \varepsilon$ و $y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \varepsilon$ باشند، با فرض آنکه x_2 و x_1 مستقل خطی‌اند، میانگین توان‌های دوم خطای (SSE) مدل $y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \varepsilon$ کدام است؟

$$(1) \quad s_1^2 + s_2^2$$

$$(2) \quad \frac{s_1^2 + s_2^2 - \frac{1}{2}SST}{n-3}$$

$$(3) \quad \frac{(n-2)(s_1^2 + s_2^2)}{n-3}$$

$$(4) \quad \frac{(n-2)(s_1^2 + s_2^2) - SST}{n-3}$$

۱۰۸- معادله خط $\hat{y}_i = 2 + 0.5x_i$ ($i = 1, 2, \dots, 10$) را به روش کمترین توان‌های دوم برازش داده‌ایم. اگر $\sum_{i=1}^{10} y_i = 275$ ،

$x_5 = 43$ و پنجمین درایه قطری ماتریس کلاهدار (II) برابر 0.9 باشد، مقدار SSR (مجموع توان‌های دوم رگرسیون) کدام است؟

(۱) ۸۰

(۲) ۷۵

(۳) ۵۱

(۴) ۲۰

۱۰۹- مدل رگرسیون خطی $y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$ ($i = 1, \dots, 6$) با برآورد کمترین توان‌های دوم $\hat{\alpha}$ و $\hat{\beta}$ را در نظر

بگیرید. اگر $\sum_{i=1}^6 \hat{y}_i (y_i - \bar{y}) = 10.8$ و برآورد ناریب واریانس ε_i ها برابر 0.3 باشد، مقدار ضریب تعیین مدل

رگرسیون (R^2) کدام است؟

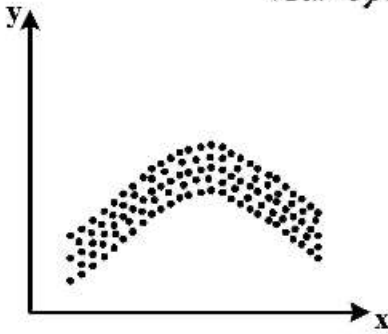
(۱) ۰.۹

(۲) ۰.۸

(۳) ۰.۶۵

(۴) ۰.۵

۱۱۰- معادله خطی $\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i$ به داده‌های رسم شده در شکل زیر برازش داده شده است. اگر $\hat{\alpha}_1$ برآوردکننده ضریب x_i در مدل درست با $\text{Var}(\hat{\alpha}_1) = v$ باشد، آنگاه برآوردکننده $\hat{\beta}_1$ چگونه است؟



- (۱) اریب و دارای واریانس بزرگ‌تر از v است.
- (۲) ناریب و دارای واریانس بزرگ‌تر از v است.
- (۳) اریب و دارای واریانس کمتر از v است.
- (۴) ناریب و دارای واریانس کمتر از v است.

